УДК 372.851
doi: 10.18323/2221-5662-2018-3-28-32

ИССЛЕДОВАНИЕ 2D ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ НА КОМПЬЮТЕРЕ: ЧТО НЕОБХОДИМО ДЛЯ СОСТАВЛЕНИЯ АЛГОРИТМА?

С.В. Талалов, доктор физико-математических наук,
профессор кафедры «Прикладная математика и информатика»
Тольяттинский государственный университет, Тольятти (Россия)

Ключевые слова: волновое уравнение; метод разделения переменных; частные решения; алгоритм; спектральная задача.

Аннотация: Рассматриваются методические вопросы, связанные с особенностями преподавания темы «Гиперболические уравнения» в курсе уравнений математической физики на «компьютерных» направлениях подготовки, таких как «Прикладная математика» и «Прикладная математика и информатика». Данный раздел теории дифференциальных уравнений необходим также в таких курсах, как «Непрерывные математические модели», «Математическое моделирование» и других, аналогичных, являющихся составной частью учебных планов подготовки бакалавров и магистров указанных направлений. На примере однородного волнового уравнения с одной пространственной переменной и с произвольными граничными условиями третьего рода демонстрируется единство аналитических и численных методов исследования. Так, рассматривается задача о нахождении частных решений такого уравнения, удовлетворяющих указанным граничным условиям с произвольными, вообще говоря, коэффициентами. Поскольку такая задача явно не решается, необходимо написание программы для численного определения спектральных чисел – собственных чисел ассоциированной задачи Штурма – Лиувилля на отрезке. Показывается, что для оптимального составления программного кода необходимо знание разных разделов математики. Обсуждаются ситуации, которые могут привести к неадекватной работе программы, что является мотивирующим фактором для изучения соответствующих математических разделов. Делается вывод о необходимости использования результатов аналитического исследования уравнения для составления алгоритма компьютерной программы. Подчеркивается, что в отсутствие такого анализа, во-первых, программа может привести к неверному ответу, во-вторых, ответ может быть неполный (не все значения найдены), и, в-третьих, программа может работать в неоптимальном и не экономящем ресурсы режиме.

ВВЕДЕНИЕ

Проблемы преподавания математических дисциплин в вузах вызывали интерес у исследователей в разные периоды времени [1]. Одна из таких областей, заслуживающих, на взгляд автора, обсуждения, – это численные методы при решении дифференциальных уравнений в частных производных (ЧДУ). Действительно, такие методы хорошо исследованы, представляют собой развитую область прикладной математики (см., например, [2–4]). При этом рост вычислительных мощностей современных компьютеров, появление различных доступных программ аналитических вычислений [5; 6] приводит к возникновению у части студентов иллюзии, что разбираться в тонкостях той или иной математической теории необязательно. Действительно, зачем, когда достаточно ввести в такую программу исходные данные, подождать определенное время, и получишь ответ. Однако впоследствии это приводит к проблемам, возникающим при решении нестандартных задач, алгоритмы решения которых не «зашиты» в стандартные программы. А именно такие задачи и встречаются, как правило, при научно-исследовательской работе и выполнении магистерских диссертаций. В этом случае программный код приходится создавать самостоятельно. Его созданию в обязательном порядке предшествует качественный анализ задачи в том или ином смысле. Так, важность качественного анализа дифференциальных уравнений была осознана еще в начале XIX века, прежде всего в работах А. Пуанкаре (см., например, [7]); такой анализ актуален и в современной математике [8].

Математическое моделирование сложных физических процессов всегда связано с анализом (и, как правило, выводом) тех или иных дифференциальных уравнений [9–11]. Гиперболические дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка, имеющие прямое отношение к теме предлагаемой статьи, служат прежде всего для моделирования волновых процессов [12]. Гиперболические уравнения с одной пространственной переменной (называемые часто 2D уравнениями) используются также в моделях теории струн [13] и, например, при моделировании гипотетических планарных частиц – энионов [14].

Цель работы – на примере однородного волнового уравнения с одной пространственной переменной и с произвольными граничными условиями, заданными на отрезке, продемонстрировать, как аналитическое и качественное исследование возникающих при нахождении частных решений (мод) данного уравнения помогает составить правильный алгоритм нахождения спектральных чисел краевой задачи. Такой анализ, проведенный на занятиях со студентами компьютерных направлений подготовки, несомненно, послужит дополнительной мотивацией к освоению разделов математики, непосредственно с программированием не связанных. Заметим, данная задача сводится к классической задаче о нахождении собственных чисел задачи Штурма – Лиувилля на отрезке [15]. Говоря о краевой задаче для волнового уравнения, мы рассматриваем только частные решения, удовлетворяющие граничным условиям, и не рассматриваем начальную задачу [16].

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Итак, будем искать ограниченные $|u(x,t)| \leq M$ решения уравнения [16]

$$\frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \qquad (1)$$

на множестве $D: 0 \le x \le l,\ 0 \le t < \infty$, которые удовлетворяют граничным условиям:

$$\alpha_0 u(0,t) + \beta_0 \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=0} = u_0, \qquad (2)$$

$$\alpha_l u(l,t) + \beta_l \left.\frac{\partial u}{\partial x}\right|_{x=l} = u_l. \qquad (3)$$

Здесь α_0, α_l, β_0, β_l и u_0, u_l – некоторые заданные константы, а величины $u(0,t)$ и $u(l,t)$ – заданные функции времени. Чтобы оба условия (2) и (3) были содержательными, мы должны потребовать, чтобы константы α_0 и β_0, как и константы α_l, β_l, одновременно не были равными нулю. Если $\beta_0 = \beta_l = 0$, то граничные условия (2) и (3) называются граничными условиями первого рода, если $\alpha_0 = \alpha_l = 0$ – то второго рода. В общем случае, когда хотя бы одна константа в каждом из наборов α_0, α_l и β_0, β_l отлична от нуля, граничные условия (2) и (3) называются граничными условиями третьего рода.

Рассматриваемые граничные условия являются однородными, если $u_0 \equiv u_l \equiv 0$, и неоднородными в противном случае. Рассмотрим однородный случай.

Будем искать частное решение уравнения (1), удовлетворяющее граничным условиям (2)–(3), методом разделения переменных [17], полагая

$$u(x,t) = X(x)\cdot T(t). \qquad (4)$$

В результате выполнения стандартных процедур находим:

$$X(x) = A\sin\lambda x + B\cos\lambda x, \qquad (5)$$

$$T(t) = C\sin\omega t + D\cos\omega t. \qquad (6)$$

Согласно сделанной выше постановке задачи, нас интересуют только ограниченные при всяком $0 \le t < \infty$ решения. Это означает, что константа λ должна быть вещественной; не ограничивая общности, можно считать, что $\lambda > 0$. Подставляя решение (4) в граничные условия (2)–(3), находим, что в однородном случае равенства (2)–(3) на функцию $T(t)$ каких-либо дополнительных ограничений не накладывают. Что касается условий, возникающих для функции $X(x)$, имеем:

$$\alpha_0 X(0) + \beta_0 X'(0) = 0, \qquad (7)$$

$$\alpha_l X(l) + \beta_l X'(l) = 0. \qquad (8)$$

Используя решение (5), из формул (7) и (8) получаем:

$$\lambda\beta_0 A + \alpha_0 B = 0,$$

$$(\alpha_l \sin\lambda l + \lambda\beta_l \cos\lambda l)A + (\alpha_l \cos\lambda l - \lambda\beta_l \sin\lambda l)B = 0.$$

Будем рассматривать полученные равенства как однородную систему линейных алгебраических уравнений [18] относительно неизвестных А и В. Мы, конечно, ищем решения $u(x,t)$, не равные нулю тождественно. Это означает, что обе константы А и В не могут одновременно обращаться в ноль, так как в противном случае $X(x) \equiv 0$ и, следовательно, $u(x,t) \equiv 0$. Таким образом, полученная линейная система должна иметь нетривиальные решения. Как известно, линейная однородная система алгебраических уравнений имеет ненулевые решения тогда и только тогда, когда главный определитель этой системы равен нулю. В нашем случае, приравнивая к нулю главный определитель, получаем:

$$\lambda\beta_0(\alpha_l \cos\lambda l - \lambda\beta_l \sin\lambda l) - \alpha_0(\alpha_l \sin\lambda l + \lambda\beta_l \cos\lambda l) = 0. \qquad (9)$$

Пусть, например, заданные константы α_0, α_l, β_0 и β_l удовлетворяют условию

$$\alpha_0\beta_l = \beta_0\alpha_l. \qquad (10)$$

В этом случае равенство (9) редуцируется к виду

$$(\lambda^2\beta_0\beta_l + \alpha_0\alpha_l)\sin\lambda l = 0.$$

Равенство (10), совместно с тем, что сказано о константах α и β выше, позволяют сделать вывод, что $(\lambda^2\beta_0\beta_l + \alpha_0\alpha_l)\sin\lambda l \ne 0$, так что при выполнении условий (10) однозначно получаем

$$\sin\lambda l = 0. \qquad (11)$$

Равенство (11) есть уравнение на константу λ; решив его, находим, что в рассматриваемом случае

$$\lambda = \lambda_m = \frac{\pi m}{l},\ m = 1, 2, 3\ldots. \qquad (12)$$

Отметим важный вывод, который возможно сделать даже в рассматриваемом (частном) случае. Константа λ была введена как *произвольная* константа разделения; требование выполнения граничных условий приводит к тому, что для данной константы допустимыми являются только *дискретные* значения. Совокупность всех допустимых значений λ называется *спектром* краевой задачи. Условие (10) выполняется, например, когда $\beta_0 = \beta_l = 0$. Интерпретируя решение $u(x,t)$ в терминах струны, граничные условия (2)–(3) выражают при таких значениях констант простой факт: концы струны являются закрепленными. Таким образом, спектр (12) имеет, например, смысл спектра колебаний конечной (имеющей длину l) струны с закрепленными концами.

Пусть теперь $\sin\lambda l \ne 0$ и, следовательно, $\alpha_0\beta_l \ne \beta_0\alpha_l$. Тогда из (9) получаем

$$ctg\lambda l = \frac{\lambda\beta\beta + \alpha\alpha}{\lambda(\beta\alpha - \alpha\beta)}. \qquad (13)$$

Данное равенство представляет собой трансцендентное уравнение, которому должны удовлетворять допустимые константы λ. Решение таких уравнений всегда представляло определенные сложности (см., например, [19]). Пусть $\beta_0 = \alpha_l = 0$ либо $\alpha_0 = \beta_l = 0$. В этом случае, как легко видеть, (13) сводится к тригонометрическому уравнению $\cos\lambda l = 0$, так что для спектра имеем

$$\lambda = \lambda_m = \frac{\pi}{2l} + \frac{\pi m}{l}, m = 1, 2, 3\dots . \qquad (14)$$

Такой спектр отвечает, например, случаю колебаний тонкого стержня длины l, один конец которого закреплен, а другой свободен.

При иных значениях констант уравнение (13) может быть решено только численно. Для того чтобы составить какой-либо эффективный алгоритм поиска всех его решений с последующей компьютерной реализацией, необходимо получить о спектре (т. е. о совокупности решений (13)) максимально полную информацию. Необходимо по возможности ответить на следующие вопросы:

1. Существуют ли решения (13)?
2. Если искомые решения существуют, какова мощность спектрального множества (т. е. число решений конечное, счетное и т. д.)?
3. Указать интервалы оси λ, на которых решение (13) единственно.
4. Если спектр представляет собой счетное множество $\{\lambda_n\}$, найти асимптотическую формулу для значений λ_n при $n\to\infty$.

Проанализируем детально случай, когда $\beta_0 = 0$, причем оставшиеся три константы в граничных условиях (2)–(3) отличны от нуля (случай $\beta_l = 0$ полностью аналогичен). Физически такая ситуация отвечает колебаниям тонкого упругого стержня, один конец которого ($x = 0$) закреплен, а другой ($x = l$) движется при наличии некоторых внешних связей. Уравнение (13) редуцируется к виду

$$\mathrm{ctg} s = \frac{c}{s},\ c = \frac{\alpha_l l}{\beta_l} \neq 0 . \qquad (15)$$

Здесь мы ввели новую безразмерную переменную $s = \lambda l$. Пусть $c > 0$. Применим для решения данного уравнения графические методы [20]. Тогда решения уравнения (15) – это точки пересечения графиков двух элементарных функций $\mathrm{ctg} s$ и c/s. Наглядно это показано на рис. 1.

Анализируя представленные графики, мы можем ответить на поставленные выше вопросы. Так, мы видим, что спектр не пуст и является счетным множеством. На каждом отрезке $[\pi m, \pi(m + 1)]$, где $m = 1,2,...$, имеется одна и только одна точка спектра. Для ее нахождения можно использовать какой-либо известный метод, например метод деления отрезка пополам [21]. Что касается точки пересечения данных графиков на отрезке $[0, \pi]$, то она может существовать, а может и не существовать. Действительно, при $s\to 0$ функция $\mathrm{ctg} s$ асимптотически приближается к соответствующей ветви гиперболы $1/s$, причем $\mathrm{ctg} s < 1/s$. Поэтому, если $c \geq 1$ – точки пересечения нет, а если $c<0$, то графики пересекутся, и, следовательно, на сегменте $[0, \pi]$ будет (единственная) спектральная точка. Далее мы замечаем, что ординаты точек пересечения s_m стремятся к нулю при $m\to\infty$. Поскольку на каждом интервале $(\pi m,\pi(m + 1))$ функция $\mathrm{ctg} s$ непрерывна, то отсюда делаем вывод, что $s_m \to \pi/2 + \pi m$ при $m \to \infty$. Таким образом, искомая формула, дающая приближенные значения точек спектра при больших m, выглядит так:

$$\lambda_m \to \Lambda_m \equiv \frac{\pi}{2l} + \frac{\pi m}{l},\ (m \to \infty). \qquad (16)$$

Для чего нужна эта формула? Очевидно, компьютер не может вычислить все числа λ_m – для вычисления счетного (т. е. бесконечного) набора чисел потребуется бесконечное время. Поэтому, начиная с некоторого $m = M$, цикл по численному определению чисел λ_m необходимо остановить и далее воспользоваться формулой (16). При каких значениях M это допустимо сделать?

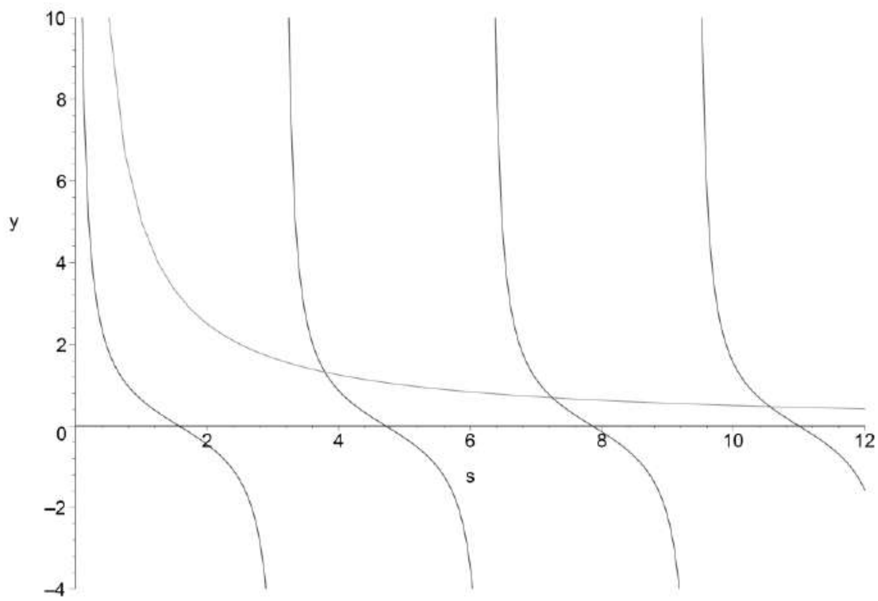

Рис. 1. *Спектр краевой задачи при $\beta_0 = 0$*

Ответ зависит от точности, с которой, по условиям задачи, необходимо определить числа λ_m. Действительно, пусть заданная относительная точность вычисления данных чисел составляет величину ε. Тогда на каждом шаге m программы мы проверяем выполнение неравенства

$$\frac{\Lambda_m - \lambda_m}{\lambda_m} < \varepsilon .$$

Как только при некотором $m = M$ неравенство выполнено, мы можем положить $\lambda_m = \Lambda_m$ для всех $m \geq M$. При $c < 0$ анализ спектра проводится аналогично. Отличие заключается в том, что интересующая нас ветвь гиперболы c/s находится в четвертом квадранте; точка спектра на отрезке $[0, \pi]$ здесь, очевидно, всегда есть. В том случае, когда в граничных условиях (2)–(3) все константы отличны от нуля, спектр λ_m анализируется подобным образом.

Подводя итог, констатируем, что частное решение уравнения (1), удовлетворяющее граничным условиям (2)–(3) и соответствующее определенной точке спектра λ_m, есть

$$u_m(x,t) = \sin(\lambda_m x + \phi_m)(C_m \sin \omega_m t + D_m \cos \omega_m t) . \quad (17)$$

Здесь мы также вместо констант A_m и B_m ввели константы ϕ_m и X_m, причем последнюю мы включили в (пока неопределенные) константы C_m и D_m (см. формулу (6)).

Решение (17) иногда называют колебательной *модой*. Общее решение, удовлетворяющее условиям (2)–(3), есть, в силу линейности уравнения (1), суперпозиция мод, отвечающих различным точкам спектра λ_m:

$$u(x,t) = \sum_{m=0}^{\infty} u_m(x,t) .$$

Для того чтобы зафиксировать неопределенные константы C_m и D_m, необходимо воспользоваться начальными условиями, которые мы здесь не рассматриваем.

ВЫВОДЫ

В заключение делаем следующий вывод: детальное аналитическое, а также качественное исследование решаемого ЧДУ в обязательном порядке должно предшествовать составлению алгоритма и написанию программного кода. Только в этом случае программу можно сделать адекватной (т. е. приводящей к верному результату), а также оптимальной.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пунтус А.А. Проблемы постановки и преподавания математических дисциплин в высшей школе // Математическое образование. 2010. № 2. С. 61–69.
2. Jaun A., Heidin J., Johnson T. Numerical methods for the partial differential equations. Stochholm: Royal Inst. of Technology, 1999. 81 p.
3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. М.: Бином, 2008. 636 с.
4. Stoer J., Bulirsch R. Introduction to Numerical analysis. New York: Springer-Verlag, 1993. 660 p.
5. Коткин Г.Л., Черкасский В.С. Компьютерное моделирование физических процессов с использованием MATLAB. Новосибирск: Новосибирский ун-т, 2001. 173 с.
6. Прохоров Г.В., Леденев М.А., Колбеев В.В. Пакет символьных вычислений MAPLE V. М.: Петит, 2001. 200 с.
7. Пуанкаре А. О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями. М.: ОГИЗ, 1947. 385 с.
8. Арнольд В.И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Ижевск: Ижевская респ. типография, 2000. 400 с.
9. Ашихмин В.Н., Гитман М.Б., Келлер И.Э., Наймарк О.Б., Столбов В.Ю., Трусов П.В. Введение в математическое моделирование. М.: Логос, 2004. 440 с.
10. Земляков А.Н. Элективный курс «Математический анализ реальности». Дифференциальные уравнения как математические модели реальных процессов. Глава 1 // Математическое образование. 2004. № 4. С. 19–55.
11. Земляков А.Н. Элективный курс «Математический анализ реальности». Дифференциальные уравнения как математические модели реальных процессов. Глава 2 // Математическое образование. 2005. № 1. С. 9–65.
12. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 638 с.
13. Talalov S.V. The Poisson structure of a 4D spinning string // Journal of Physics A: Mathematical and General. 1999. Vol. 32. № 5. P. 845–857.
14. Talalov S.V. The System of Interacting Anyons: A Visual Model Inspired by String Theory // Progress in String Theory Research. New York: Nova Science Publishers, 2016. P. 53–88.
15. Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. М.: Наука, 1969. 528 с.
16. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1976. 512 с.
17. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Лекции по математической физике. М.: МГУ, 1993. 416 с.
18. Стренг Г. Линейная алгебра и ее применения. М.: Мир, 1980. 454 с.
19. Березин В.Л., Харитонова К.Ю. Просмотрщик решений трансцендентных уравнений и его применение в задачах волоконной оптики // Математика. Механика. 2004. № 6. С. 168–170.
20. Фильчаков П.Ф. Численные и графические методы прикладной математики. Киев: Наукова думка, 1970. 800 с.
21. Волков Е.А. Методы решения нелинейных уравнений и систем. 2-е изд., испр. М.: Наука, 1987. 248 с.

REFERENCES

1. Puntus A.A. The issues of arrangement and teaching mathematical disciplines in a higher school. *Matematicheskoe obrazovanie*, 2010, no. 2, pp. 61–69.
2. Jaun A., Heidin J., Johnson T. *Numerical methods for the partial differential equations*. Stochholm, Royal Inst. of Technology Publ., 1999. 81 p.

3. Bakhvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobelkov G.M. *Chislennye metody* [Numerical methods]. Moscow, Binom Publ., 2008. 636 p.
4. Stoer J., Bulirsch R. *Introduction to Numerical analysis*. New York, Springer-Verlag Publ., 1993. 660 p.
5. Kotkin G.L., Cherkasskiy V.S. *Kompyuternoe modelirovanie fizicheskikh protsessov s ispolzovaniem MATLAB* [Computer modeling of physical processes using MATLAB]. Novosibirsk, Novosibirskiy un-t Publ., 2001. 173 p.
6. Prokhorov G.V., Ledenev M.A., Kolbeev V.V. *Paket simvolnykh vychisleniy MAPLE V* [Package of symbolic computation Maple V]. Moscow, Petit Publ., 2001. 200 p.
7. Puankare A. *O krivykh, opredelyaemykh differentsialnymi uravneniyami* [On Curves That are Defined by Differential Equations]. Moscow, OGIZ Publ., 1947. 385 p.
8. Arnold V.I. *Geometricheskie metody v teorii obyknovennykh differentsialnykh uravneniy* [Geometrical methods in the theory of ordinary differential equations]. Izhevsk, Izhevskaya resp. tipografiya Publ., 2000. 400 p.
9. Ashikhmin V.N., Gitman M.B., Keller I.E., Naymark O.B., Stolbov V.Yu., Trusov P.V. *Vvedenie v matematicheskoe modelirovanie* [Introduction to mathematical modeling]. Moscow, Logos Publ., 2004. 440 p.
10. Zemlyakov A.N. Elective course “Calculus of Reality”. Differential equations as mathematical models of real processes. Chapter 1. *Matematicheskoe obrazovanie*, 2004, no. 4, pp. 19–55.
11. Zemlyakov A.N. Elective course “Calculus of Reality”. Differential equations as mathematical models of real processes. Chapter 2. *Matematicheskoe obrazovanie*, 2005, no. 1, pp. 9–65.
12. Uizem Dzh. *Lineynye i nelineynye volny* [Linear and nonlinear waves]. Moscow, Mir Publ., 1977. 638 p.
13. Talalov S.V. The Poisson structure of a 4D spinning string. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 1999, vol. 32, no. 5, pp. 845–857.
14. Talalov S.V. The System of Interacting Anyons: A Visual Model Inspired by String Theory. *Progress in String Theory Research*. New York, Nova Science Publ., 2016, pp. 53–88.
15. Naymark M.A. *Lineynye differentsialnye operatory* [Linear Differential Operators]. Moscow, Nauka Publ., 1969. 528 p.
16. Vladimirov V.S. *Uravneniya matematicheskoy fiziki* [Equations of mathematical physics]. Moscow, Nauka Publ., 1976. 512 p.
17. Sveshnikov A.G., Bogolyubov A.N., Kravtsov V.V. *Lektsii po matematicheskoy fizike* [Lectures on mathematical physics]. Moscow, MGU Publ., 1993. 416 p.
18. Streng G. *Lineynaya algebra i ee primeneniya* [Linear algebra and its application]. Moscow, Mir Publ., 1980. 454 p.
19. Berezin V.L., Kharitonova K.Yu. The viewer of transcendental equations’ solutions and its application in he tasks of fiber optics. *Matematika. Mekhanika*, 2004, no. 6, pp. 168–170.
20. Filchakov P.F. *Chislennye i graficheskie metody prikladnoy matematiki* [Numerical and graphic methods applied mathematics]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1970. 800 p.
21. Volkov E.A. *Metody resheniya nelineynykh uravneniy i system* [Methods for solving nonlinear equations and systems]. 2nd izd., ispr. Moscow, Nauka Publ., 1987. 248 p.

COMPUTER STUDY OF THE 2D WAVE EQUATION: WHAT IS NEEDED FOR THE ALGORITHM CONSTRUCTION?

S.V. Talalov, Doctor of Science (Physics and Mathematics),
Professor of Chair “Applied Mathematics and Informatics”
Togliatti State University, Togliatti (Russia)

Keywords: wave equation; method of separation of variables; particular solutions; algorithm; spectral problem.

Abstract: The author considers the methodological issues of teaching the topic "Hyperbolic equations" as a part of the mathematical physics equations course for the IT students of the training programs “Applied mathematics” and “Applied mathematics and informatics”. This section of the theory of differential equations is essential as well in such courses as “Continuous mathematical models”, “Mathematical modeling” and some other similar courses forming the curriculum for the bachelor’s and master’s degree candidates. The author uses the example of a homogeneous wave equation with one space variable and arbitrary boundary conditions of the third type to demonstrate the unity of analytical and numerical research methods. Thus, the author considers the problem of finding particular solutions for such equation satisfying the stated boundary conditions with the arbitrary coefficients. Such a problem cannot be obviously solved; therefore we need software for the numerical calculation of spectral numbers – the eigenvalues of the corresponding Sturm – Liouville problem on an interval. It is demonstrated that to write the appropriate software code, it is necessary to know various areas of mathematics. The author discusses situations which may cause the inadequate work of a program what is a motivating factor to learn the relevant mathematical topics. It is concluded about the necessity to use the results of the analytical study of an equation to write the computer program algorithms. The author emphasizes that without such an analysis, the program may, firstly, lead to a wrong solution; secondly, the solution may be incomplete (not all possible values are found) and, thirdly, the program may work in the non-optimal and resource-wasting mode.