

УДК 629.7, 518.65

РАСПРЕДЕЛЁННАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЁТА ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ В УГОЛЬНОМ ПЛАСТЕ

© 2012

А.А. Наседкина, кандидат физико-математических наук,
ассистент кафедры «Математическое моделирование»
Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону (Россия)

Д.С. Орлов, студент

К.С. Пономаренко, студент

Тольяттинский государственный университет, Тольятти (Россия)

Ключевые слова: пористая среда; угольный пласт; фильтрация; метод конечных элементов; распределенные вычисления.

Аннотация: Представлена математическая модель процесса фильтрации жидкости в угольном пласте, подверженном гидродинамическому воздействию. Ставится нелинейная нестационарная начально-краевая задача для функции давления в осесимметричной постановке. Численное моделирование проводится по методу конечных элементов с использованием распределенных вычислений.

ВВЕДЕНИЕ

В работе представлена математическая и численная модель процесса фильтрации жидкости в пористой среде на примере угольного пласта. Математическая модель фильтрации жидкости в пористой среде основана на уравнении неразрывности и законе Дарси. Ставится начально-краевая задача в осесимметричной постановке для полого пористого цилиндра. Пористый цилиндр состоит из трех материалов, имеющих различные механические и фильтрационные свойства. Один из материалов характеризуется нелинейной зависимостью коэффициентов фильтрации от порового давления, что делает модель существенно нелинейной.

В качестве примера пористого цилиндра в работе рассмотрен угольный пласт, подвергающийся гидродинамическому воздействию с целью извлечения метана. Гидродинамическое воздействие осуществляется путем нагнетания в пласт воды под давлением через скважину, пробуренную с земной поверхности. Закачиваемая жидкость перемещается вглубь пласта, оттесняя и сжимая метан, находящийся первоначально в порах в связанном сорбированном состоянии. При достижении давлением величины гидроразрыва в пласте появляются трещины, и метан высвобождается из пор. Нарушение структуры угольного пласта приводит к газоотдаче в зоне дегазации.

Для математического моделирования гидродинамического воздействия угольный пласт может быть представлен как двухфазная насыщенная пористая среда, состоящая из твердой фазы скелета и жидкой фазы фильтрующегося в порах флюида. Так как метан в угольных пластах находится в связанном сорбированном состоянии, то на начальном этапе моделирования фаза свободного газа не рассматривается. Если деформация пористого тела не учитывается, то пористая среда может быть представлена только уравнением фильтрации. Фильтрационная осесимметричная модель гидродинамического воздействия на угольный пласт была представлена в [1], при этом поставленная задача фильтрации

численно решалась по методу конечных элементов с помощью конечно-элементного комплекса ANSYS. Связанный нестационарный анализ для твердой и жидкой фаз, то есть совместное решение уравнений деформации пористого тела и фильтрации жидкости по закону Дарси в пористой среде был рассмотрен в [2–4]. Полученные связанные и несвязанные задачи пороупругости также решались по методу конечных элементов с использованием поротермоупругой аналогии. При этом в [3] была проведена оценка влияния входных данных на распределение порового давления в пласте. В [4] была рассмотрена пороупругая модель для многослойного угольного пласта с кольцевой трещиной.

В данной работе для применения параллельных вычислений рассматривается упрощенная чисто фильтрационная модель угольного пласта. Полученная осесимметричная нелинейная нестационарная задача фильтрации решается численно по методу конечных элементов с использованием распределенных вычислений.

ВЫВОД УРАВНЕНИЯ ФИЛЬТРАЦИИ ЖИДКОСТИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Как известно, фильтрация описывается разного вида опытными законами, устанавливающими связь между вектором скорости фильтрации жидкости и полем давления. В простейшем случае малых скоростей и изотропной среды имеет место линейный закон Дарси:

$$\mathbf{v} = -\frac{k}{\mu} \nabla p, \quad (1)$$

где p – давление жидкости, Па; k – проницаемость пористого тела, м^2 ; μ – вязкость жидкости, Па·с. В гидротехнике наряду с (1) применяется также другая форма закона Дарси, в которой вместо проницаемости используется коэффициент фильтрации:

$$\mathbf{v} = -\frac{K}{\rho g} \nabla p, \quad (2)$$

где $K = k\rho g / \mu$ – коэффициент фильтрации, м/с; ρ – плотность жидкости, кг/м³; g – ускорение свободного падения, м/с². Другим определяющим соотношением является уравнение неразрывности, которое записывается для скорости фильтрации и плотности, отнесенной ко всему объему пористой среды:

$$\frac{\partial(m\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (3)$$

где m – пористость. Используя зависимость (2) для скорости фильтрации, из (3) получаем уравнение фильтрации:

$$\frac{\partial(m\rho)}{\partial t} = \nabla \cdot \left(\frac{K(P)}{\rho g} \nabla P \right), \quad (4)$$

причем здесь принято, что коэффициент фильтрации может зависеть от давления p .

Режим фильтрации характеризуется тем, что плотность жидкости ρ и пористость m являются величинами, зависящими от давления. В данной работе используются следующие зависимости для плотности и пористости, которые имеют место при давлении порядка 10⁷ Па:

$$\rho = \rho_0 (1 + \beta_1 (p - p_0)), \quad (5)$$

$$m = m_0 + \beta_2 (p - p_0), \quad (6)$$

где β_1, β_2 – коэффициенты сжимаемости жидкости и пористого тела, 1/Па; p_0 – атмосферное давление; ρ_0 и m_0 – значения величин ρ и m при нормальных условиях.

Подставив зависимости (5),(6) в (4), получим:

$$\nabla \cdot (K(p)\nabla p) = (m\rho_0\beta_1 + \rho\beta_2)g \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (7)$$

Так как при давлении порядка 10⁷ Па $\rho \approx \rho_0$, итоговое уравнение фильтрации можно записать в виде:

$$\nabla \cdot (K(p)\nabla p) = (m\beta_1 + \beta_2)\rho_0 g \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (8)$$

Уравнение (8) описывает нелинейный нестационарный режим фильтрации жидкости в изотропной пористой среде.

ПОСТАНОВКА ДВУМЕРНОЙ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

Будем изучать плоскую осесимметричную задачу для уравнения (8) в цилиндрической системе координат (r, φ, z) . Рассмотрим угольный пласт общей толщины $H = h_1 + h_2 + h_3$, где h_1 – толщина угольного слоя, h_2 – толщина слоя глинистого сланца, h_3 – толщина слоя песчанистого сланца. Ось r проведем по нижней границе пласта, ось z совпадает с осью симметрии скважины радиуса r_0 . R – радиус расчетной зоны. Таким образом, весь пласт занимает область $\Omega: \Omega = \{r_0 \leq r \leq R; 0 \leq z \leq H; 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$.

Рассмотрим давление как функцию от координат и времени: $p=p(r,z,t)$. Уравнение фильтрации (8) в цилиндрической системе координат примет вид:

$$\rho g (\beta_2 + m\beta_1) \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rK(p) \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K(p) \frac{\partial p}{\partial z} \right). \quad (9)$$

Введем начальные и граничные условия в виде:

$$p(r, z, t) = p_s, \quad t = 0, \quad (10)$$

$$p(r, z, t) = p^*(t), \quad r = r_0, \quad (11)$$

$$p(r, z, t) = p_s, \quad r = R, \quad (12)$$

$$\frac{\partial p(r, z, t)}{\partial z} = 0, \quad z = 0, \quad z = H. \quad (13)$$

Согласно (10) и (12), в начальный момент времени $t = 0$ и на большом удалении от скважины $r = R$ давление полагается равным начальному пластовому давлению p_s . По (11) давление на границе скважины $r = r_0$ предполагается известной линейной функцией $p^*(t)$, которая характеризует подачу жидкости в скважину. Здесь рассматривается простая линейная зависимость $p^*(t)$, где величина давления возрастает от начального порового давления p_s до некоторого максимального давления p_2 , достигнутого в момент прекращения нагнетания жидкости в скважину $t = t_2$:

$$p^*(t) = (p_s(t_2 - t) + p_2 t) / t_2, \quad t \in [0, t_2].$$

Условием (13) предполагается, что отсутствует утечка рабочей жидкости в подошву $z = 0$ и кровлю $z = H$ пласта.

Вид начальных и граничных условий можно упростить, если рассматривать функцию избыточного давления $p'(r, z, t) = p(r, z, t) - p_s$. При этом вид уравнения (9) не изменится, а условия (10) и (12) станут однородными.

Ключевой характеристикой процесса гидродинамического воздействия является нелинейная зависимость коэффициентов фильтрации от порового давления. Предполагается, что коэффициент фильтрации постоянен, пока значение порового давления меньше давления гидроразрыва. Как только значение порового давления достигает значения давления гидроразрыва, происходит резкий скачок коэффициента фильтрации, затем коэффициент фильтрации возрастает до своего максимального значения. В данной работе принимается следующая зависимость коэффициента фильтрации от порового давления:

$$K(p) = \begin{cases} K_0, & p_s \leq p \leq p_1, \\ K_1 + (K_2 - K_1) \frac{p - p_1}{p_2 - p_1}, & p_1 \leq p \leq p_2, \end{cases} \quad (14)$$

где K_0 – начальное значение коэффициента фильтрации, K_1 – значение коэффициента фильтрации при $p = p_1$, K_2 – конечное значение коэффициента фильтрации при $p = p_2$.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ

Рассмотрим задачу нахождения распределения давления $p(r,z,t)$ в области $\bar{\Omega} \times [0, p_2]$, где $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$, $\Omega = (r_0, R) \times (0, H)$, $\Gamma = \partial\Omega$ – граница области Ω . Численное решение начально-краевой задачи (9)–(13) включает две стадии аппроксимации. Первая стадия, называемая полудискретизацией, или *аппроксимацией по пространству*, состоит в построении слабой формы уравнений (9), (11)–(13) по пространственным переменным и получении набора обыкновенных дифференциальных уравнений относительно времени. Конечно-элементная аппроксимация по пространству выполняется по методу взвешенных остатков Галеркина, в котором в качестве весовой функции выступают аппроксимационные (базисные) финитные функции. Следующая стадия называется *аппроксимацией по времени* и состоит в численном интегрировании обыкновенных дифференциальных уравнений с использованием конечно-разностных схем. В результате получаем набор алгебраических уравнений относительно узловых значений неизвестной функции p .

Пусть область Ω_h , аппроксимирующая область Ω , составлена из конечного числа элементов Ω^e : $\Omega \approx \Omega_h = \bigcup \Omega^e$. На каждом элементе неизвестная функция $p(r,z,t)$ аппроксимируется функцией $p^e(r,z,t)$

$$p(r, z, t) \approx p^e(r, z, t) = \sum_{j=1}^n p_j^e(t) \phi_j(r, z) \quad (15)$$

где $p_j^e(t)$ - значения функции $p^e(r, z, t)$ в узловых точках (r_j, z_j) элемента Ω^e , $\{\phi_j\}_{j=1}^n$ - система аппроксимационных функций, n - число узлов.

Используя слабую постановку задачи (9), (11)–(13) с однородными граничными условиями для области Ω , полученную в [1], результирующую систему конечно-элементных уравнений можно записать в форме:

$$\sum_e \sum_{j=1}^n \left(C_{ij}^e \frac{dp_j^e}{dt} + K_{ij}^e p_j^e \right) = 0, \quad (16)$$

где $C_{ij}^e = 2\pi \int_{\Omega^e} \rho c \phi_i^e \phi_j^e r dr dz$,

$$K_{ij}^e = 2\pi \int_{\Omega^e} K(p) \left(\frac{\partial \phi_i^e}{\partial r} \frac{\partial \phi_j^e}{\partial r} + \frac{\partial \phi_i^e}{\partial z} \frac{\partial \phi_j^e}{\partial z} \right) r dr dz.$$

В матричной форме уравнение (16) имеет вид:

$$\mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{P}} + \mathbf{K}(\mathbf{P}) \cdot \mathbf{P} = 0, \quad (17)$$

где \mathbf{P} - вектор узловых давлений, а глобальные матрицы \mathbf{C} и \mathbf{K} получаются ансамблированием соответствующих элементных матриц \mathbf{C}^e и \mathbf{K}^e .

Для численного интегрирования по времени конечно-элементных дифференциальных уравнений (17) можно применять метод Кранка-Николсона, а для решения систем нелинейных уравнений на каждом временном шаге - метод Ньютона-Рафсона.

ОРГАНИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЁННЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Эффективным способом расчёта сложных моделей является применение параллельных методов программирования, позволяющих разбить вычисления на потоки, выполняющиеся на базе суперкомпьютеров, кластеров и других высокопроизводительных вычислительных систем.

Так как наиболее затратным по времени является этап решения линейной системы уравнений, то для эффективной реализации распределенных вычислений можно либо разрабатывать варианты распараллеливания для известных алгоритмов решения СЛАУ, либо конструировать новые алгоритмы, использующие параллелизм.

Распределенные прямые решатели можно применять для параллельной архитектуры с небольшим числом процессоров, поскольку они требуют частого сообщения между процессорами. Более эффективными для распараллеливания являются итерационные процедуры из-за их низких требований к хранению. Однако, в последнее время прямые решатели используются в соединении с итерационными решателями для разработки надежных предобусловителей.

Эффективные распределенные итерационные решатели основаны на предобусловленном методе сопряженных градиентов. Примерами являются распределенный предобусловленный метод сопряженных градиентов (Distributed PCG, DPCG) и распределенный метод сопряженных градиентов с предобусловливанием по Якоби (Distributed JCG, DJCG).

Решение конечно-элементных задач с использованием параллельных компьютеров с распределенной памятью состоит в следующем [5]. Сначала подготавливаются входные данные для отдельных процессоров, затем происходит параллельная генерация конечно-элементной сетки, далее параллельное ансамблирование матриц и векторов невязок, затем параллельное решение систем уравнений и в конечном итоге - параллельная обработка результатов решения.

Решение полученной конечно-элементной системы (17) возможно следующим образом:

- 1) Представим заданную сетку при помощи матрицы, элементы которой будут соответствовать узлам сетки.
- 2) Далее разобьём данную матрицу на ленты по количеству вычислительных узлов, передав им соответствующие участки матрицы (рис. 1).

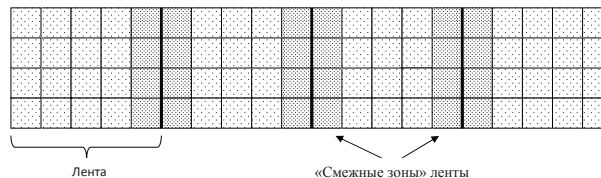


Рис. 1. Матричное представление сетки.

- 3) Начальное значение функции давления в каждой ячейке задаётся начальными условиями задачи.
- 4) Вычислительные узлы пересылают соседям соответствующие «смежные зоны» своих лент.
- 5) Для каждой ленты рассчитывается значение всех её элементов в момент времени t_k с использованием их значений на момент времени t_{k-1} , граничных условий, а также значений элементов из полученных смежных зон соседних лент (рис. 2).

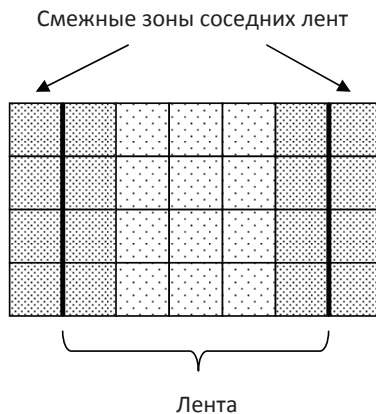


Рис. 2. Используемые вычислительным узлом элементы

- 6) Вычисления (пункты 4-5) продолжаются до тех пор, пока система не достигнет равновесия.

Предложенная модель вычислений позволяет эффективно использовать мощности параллельных вычислительных систем, минимизируя передачу данных между их узлами за счёт пересылки только смежных зон, а также время простоя отдельных узлов благодаря симметричному распределению нагрузки.

Примечание 1. В случае равномерной сетки значение элемента можно вычислять как среднее арифметическое соседних элементов.

Примечание 2. В случае квазиравномерной сетки значение элемента можно вычислять как среднее арифметическое соседних элементов с поправкой на специальным образом введенные весовые коэффициенты.

Работа первого автора частично поддержана Федеральной целевой программой «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 годы (соглашение № 14.В37.21.0233).

Работа второго и третьего авторов частично поддержана программой Министерства образования и науки РФ в рамках Госзадания Тольяттинского государственного университета на 2012 год (шифр 6.3072.2011).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Наседкина А.А., Труфанов В.Н. Конечно-элементное моделирование процесса гидродинамического расщепления многослойного угольного пласта // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых, 2006, № 1. С. 61–70.
2. Nasedkina A.A., Nasedkin A.V., Iovane G. A model for hydrodynamic influence on a multi-layer deformable coal seam. *Computational Mechanics*, Springer, vol. 41, no. 3, 2008. P. 379–389.
3. Наседкина А.А., Наседкин А.В., Иоване Ж. Моделирование нестационарного воздействия на многослойный пороупругий пласт с нелинейными геомеханическими свойствами // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых, 2009, № 4.
4. Наседкина А.А. Моделирование пороупругого цилиндрического слоя с кольцевой внутренней трещиной // Эвристические алгоритмы и распределенные вычисления в прикладных задачах / Под ред. Б. Ф. Мельникова. Тольятти: ТГУ, 2012. — С. 261–272.
5. Wriggers P. *Nonlinear Finite Element Methods*. Springer, 2008. 560 pages.

DISTRIBUTED MODEL OF FLUID FILTRATION IN COAL BED

© 2012

A.A. Nasedkina, candidate of physical and mathematical sciences, assistant of the chair «Mathematical Modeling»
Southern Federal University, Rostov-on-Don (Russia)

D.S. Orlov, student

K.S. Ponomarenko, student

Togliatti State University, Togliatti (Russia)

Keywords: porous medium; coal bed; filtration; finite element method; distributed computations.

Annotation: The paper suggests mathematical model of the process of fluid filtration in coal bed under hydrodynamic influence. Nonlinear transient initial boundary-value problem for the pressure function is formulated in axisymmetric setting. Numerical simulation is carried out using the finite element method and distributed computations.

УДК 620.197.3

ПОЛУЧЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОДУКТА КОНДЕНСАЦИИ
И АМИНИРОВАНИЯ ЦИКЛОГЕКСАНОНА
КАК ИНГИБИТОРА КОРРОЗИИ СТАЛЕЙ В КИСЛОЙ СРЕДЕ

© 2012

Г.И. Остапенко, доктор химических наук, профессор кафедры «Химия и химические технологии»

П.А. Глухов, ассистент кафедры «Химия и химические технологии»

Институт химии и инженерной экологии, Тольяттинский государственный университет (Россия)

А.С. Бунев, студент, *Российский химико-технологический университет им. Д.И. Менделеева (Россия)*

С.Я. Садивский, главный технолог, *ОАО КуйбышевАзот, Тольятти (Россия)*

Н.А. Лыткин, ассистент кафедры «Экология, технология электрохимических производств и ресурсосбережение», *Южно-Российский государственный технический университет (Новочеркасский политехнический институт) (Россия)*

М.О. Митягина, преподаватель кафедры «Прикладная гидромеханика»

А.Т. Оразов, преподаватель кафедры «Прикладная гидромеханика»

Уфимский государственный авиационный технический университет (Россия)

Ключевые слова: Кислотная коррозия, ингибирование, поляризация, импедансная спектроскопия.

Аннотация: Ингибирующий состав для сильноокислых сред получен при конденсации масла ПОД (Продукт Окисления и Дегидрирования), являющегося отходом производства капролактама, с формалином в присутствии щелочного катализатора и при аминировании полученного продукта. Этот состав исследован как ингибитор коррозии углеродистой стали в 20% растворе соляной кислоты. Эффективность ингибирования достигает 92–93% при концентрации ингибитора 1 масс %.