УДК 378.2
doi: 10.18323/2221-5662-2020-2-27-33

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ПОДГОТОВКИ ИНВЕСТОРОВ

И.В. Сухорукова, доктор экономических наук,
профессор кафедры высшей математики
Г.И. Бобрик, кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры высшей математики
Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова, Москва (Россия)

Ключевые слова: курс «Финансовые инвестиции»; финансы; инвестиции; портфель ценных бумаг; риски; матрица доходностей.

Аннотация: Эффективное функционирование экономики немыслимо без привлечения инвестиций. В настоящий момент кризиса всей мировой экономики решение данной проблемы является одной из наиболее актуальных задач. Целью исследования стала разработка алгоритма обучения слушателей программы «Финансовые инвестиции» теоретическим навыкам инвестиционной деятельности и механизмам инвестирования с использованием методов математического и компьютерного моделирования. Разработаны основные методы и принципы принятия профессиональных решений об инвестировании или отказе от инвестиций на основе знаний о состоянии экономики. Обсуждаются проблемы и перспективы наилучшего освоения курса, которое происходит через понимание экономико-финансовой сущности и содержания разнообразных видов инвестирования при наличии рисков в условиях неопределенности. Данная дисциплина имеет как теоретическую, так и прикладную составляющую и позволяет применять полученные знания при оценке стоимости финансовых и производственных активов. Рассмотрены проблемы обучения теоретическим навыкам инвестиционной деятельности и механизмам инвестирования с использованием методов математического и компьютерного моделирования. Обучающиеся по данной программе должны владеть базовыми знаниями и представлениями в области микро- и макроэкономики. Программа разработанного нами курса финансовых инвестиций позволит слушателям дополнительно приобрести знания о методах оценки эффективности инвестиций в финансовые и реальные производственные активы, способствует оптимальному формированию инвестиционного портфеля и управлению им, повышает знания о принципах финансирования инвестиционных проектов и инвестировании в основной капитал. Представленный материал основан на реальных примерах и ситуациях.

ВВЕДЕНИЕ

Современные стандарты образования предполагают, что выпускники экономических вузов обладают определенными профессиональными компетенциями, позволяющими принимать ответственные решения, квалифицированно решать практические задачи. Приобретение знаний о методах оценки эффективности инвестиций в финансовые и реальные производственные активы, оптимальном формировании и управлении инвестиционным портфелем, о принципах финансирования инвестиционных проектов и инвестировании в основной капитал способствует формированию компетенций стратегии поведения инвестора. Квалифицированно сформированный портфель инвестиций позволяет увеличивать его стоимость в дальнейшем и значительно снижает риски потерь. Это обстоятельство показывает актуальность наличия современной программы по инвестициям для любого высшего учебного заведения, что способствует достижению лидирующих позиций на рынке экономических специальностей.

Аналогичные программы европейских стран, США и Канады весьма разносторонни, так как имеют многолетнюю практику и включают рассмотрение инвестиций непосредственно в производство, в акции, облигации, ценные бумаги и их производные [1; 2]. Необходимо отметить, что до настоящего момента нет единого определения сущности понятия инвестиций непосредственно как экономической категории. В большинстве источников, посвященных введению самого определения понятия инвестиции, имеются различные характеристики этого понятия. Они подчеркивают одну из трактовок, не давая единственного критерия понятия реальных инвестиций. Европейская экономическая школа включает в определение инвестиции также вложения в долгосрочные ценные бумаги и их производные [3]. Методика американских ученых-экономистов считает эквивалентными понятия инвестиции и капиталовложения [4]. Особую роль при этом играют инвестиции в недвижимость [5]. Австрийские экономисты показывают инвестиции непосредственно как обеспечение насущных потребностей и прогнозирование их удовлетворения в дальнейшем [6]. В российских образовательных учреждениях перед преподавателем ставится задача составления курса, основанного на изучении принципов и методов оценки инвестиций в реальное производство.

Цель исследования – разработка алгоритма обучения слушателей программы «Финансовые инвестиции» теоретическим навыкам инвестиционной деятельности и механизмам инвестирования с использованием методов математического и компьютерного моделирования.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Основные понятия курса «Финансовые инвестиции». Подробно остановимся на разработанном нами обучающем курсе, предусматривающем рассмотрение некоторых наиболее актуальных задач по теме «Финансовые инвестиции» и методы их решения с помощью математического и компьютерного моделирования. Наша обучающая программа разработана в соответствии с действующим законодательством Российской Федерации, нормативными и другими документами, регламентирующими и регулирующими инвестиционную деятельность. Логика изложения предложенного нами курса «Финансовые инвестиции» построена таким образом, что слушатель программы, получив знания по изученным темам, сможет в своей дальнейшей работе самостоятельно изучать инвестиционные процессы на макроуровне, а также на тех конкретных производствах, где он будет трудиться. Слушателям программы необходимо, прежде всего, разобраться с ключевым термином изучаемого курса – инвестициями. Важно четко усвоить, что экономическая наука и хозяйственная практика еще не выработали единого мнения на этот счет [7–9], поэтому студентам следует руководствоваться терминами, которые предлагает российское инвестиционное законодательство. Рассматривая формы и виды инвестиций, необходимо остановиться на тех из них, которые незначительно применимы в практической деятельности (вложения в интеллектуальную собственность и др.); уяснить разницу между инвестициями и инвестиционными товарами. Изучая инвестиционный процесс, его кругооборот, особое внимание следует уделить проблеме его взаимосвязи с кругооборотом капитала. Надо представлять, по каким причинам в РФ мало ресурсов вкладывается в долгосрочное инвестирование [10–12]. В процессе рассмотрения последнего вопроса темы целесообразно уяснить, как государство влияет на инвестиционные процессы, как проводит инвестиционную политику, как активизирует и гарантирует права субъектов инвестиционной деятельности (особенно иностранных инвесторов) [13; 14]. Для решения поставленных задач требуется хорошая математическая подготовка. Рассматривая критерии и методы оценки инвестиционных проектов, необходимо тщательно разобрать математический инструментарий, ибо студенты всегда сталкиваются с трудностями при изучении этого вопроса.

В экономике и финансах часто возникают оптимизационные задачи, математическая постановка которых приводит к задачам на экстремум с ограничениями на переменные [15; 16]. Чаще всего функции, которые необходимо минимизировать, являются выпуклыми, и множество допустимых значений переменных также выпукло. Такие экстремальные задачи называются задачами выпуклого программирования. В связи с этим при обучении слушателей в нашем курсе сначала предлагается в краткой форме изложение необходимого теоретического материала из теории выпуклого программирования и портфельного инвестирования. Вторая часть знакомит студентов с математической постановкой и методами решения наиболее актуальных задач из теории портфельного инвестирования.

Необходимо изучить виды ценных бумаг. При этом следует опираться на Гражданский кодекс РФ и другие отечественные законодательные акты. Главный упор надо сделать на характеристику акций и облигаций, ибо они являются основными ценными бумагами, в которые можно вкладывать ресурсы в долгосрочном порядке. Целесообразно разобраться в том, как предприятия осуществляют дивидендную политику. Изучая облигации, их виды, следует понимать, в чем преимущества их эмиссии в отличие от акций, под какие инвестиционные программы они могут выпускаться. Рассматривая вопрос, связанный с инвестиционными качествами ценных бумаг, следует хорошо представлять, как, какими методами проводится анализ финансового состояния конкретного эмитента. При этом надо понимать, что на рынке ценных бумаг на стоимость конкретного финансового актива (акции и т. п.) большое влияние оказывает спекулятивная составляющая. Надо разобраться в формулах, позволяющих оценить инвестиционные качества ценных бумаг и риски вложения в эти финансовые активы. Изучение типов инвесторов (консервативный и т. д.) дает возможность уяснить, как формируются портфели ценных бумаг и какими методами они управляются.

Портфель рискованных ценных бумаг. Необходимо учитывать, что каждая из рассматриваемых ценных бумаг имеет вероятную доходность и характеризуется средним квадратическим отклонением доходности, являющейся количественной характеристикой риска. Основная цель инвестора при покупке ценных бумаг заключается в оптимизации риска и дохода. С математической точки зрения решается задача по формированию портфеля, сводящего к минимуму риск потерь инвестора и максимизирующего величину его прибыли. Решается поставленная задача путем диверсификации портфеля, Ценные бумаги формируют портфель так, чтобы снижающаяся прибыль по одной из них была уравновешена повышенным доходом по другой ценной бумаге. При этом учитывается и то обстоятельство, что повышенный риск по высокодоходным ценным бумагам может быть компенсирован невысоким риском более низко доходных ценных бумаг, а также включением в состав ценных бумаг с нулевой или отрицательной корреляциями доходностей. С учетом вышеизложенного строится математическая формулировка задачи: имеется n различных видов ценных бумаг. Известны ожидаемые доходности этих бумах: $r_1, r_2, \ldots, r_n$. Обозначим их в виде $\bar{r} = (r_1, r_2, \ldots, r_n)$. Соответственно, ковариационная матрица доходностей имеет вид

$$\mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \cdots\cdots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \cdots\cdots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots\cdots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \cdots\cdots & \sigma_{nn} \end{pmatrix},$$

где дисперсия доходности i-й ценной бумаги $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$; ρ_{ij} – корреляция между доходностями i-й и j-й ценных бумаг и ковариация $\sigma_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$.

При формировании портфеля ценных бумаг учитываем, что они могут быть приобретены инвестором в любых количествах (дробных) на любую сумму. Введем понятие доли (денежной составляющей) ценных бумаг, входящих в портфель:

$$\bar{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n).$$

Тогда учитываем, что если известна стоимость всего портфеля Π, тогда, соответственно, стоимость i вида ценных бумаг – $\omega_i \cdot \Pi$. При формировании портфеля выполняются следующие ограничения:

$$\omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = 1,\ \omega_j \ge 0,\ j = 1,\dots,n.$$

Данный портфель является стандартным, так как инвестор приобретает активы с последующей продажей. Полагают, что тактика инвестора заключается в длинной позиции. При этом отменяются ограничения неотрицательности, если разрешены короткие продажи. Дисперсию доходности портфеля можно вычислить по формулам:

$$\begin{aligned}\sigma^2(\overline{\omega}) &= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij}\omega_i\omega_j = \\ &= \sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2\omega_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n}\sigma_i\sigma_j\rho_{ij}\omega_i\omega_j = \boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\omega}\end{aligned}. \quad (1)$$

При этом оптимальный портфель сформирован, если известна составляющая каждой из ценных бумаг, с учетом величины предполагаемого дохода и уровня риска. Если портфель составляется для инвестора, не склонного к риску, необходимо задать величину нижней границы риска, меньше которой из заданного множества портфелей получить нельзя [17]. Тогда математическая формулировка имеет вид (в случае запрещенных коротких продаж)

$$\sigma^2(\overline{\omega}) = \boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\omega} \to \min,$$
$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\omega} = 1,\ \omega_j \ge 0,\ j = 1,\dots,n.$$

Введем обозначения:

$$\varphi(\overline{\omega}) = \boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\omega},$$
$$f_i(\overline{\omega}) = -\omega_i,\ i = 1,\dots,n;$$
$$f_{n+1}(\overline{\omega}) = \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\omega} - 1.$$

Получим

$$\varphi(\overline{\omega}) \to \min,\ f_i(\overline{\omega}) \le 0,\ i = 1,\dots,n;\ f_{n+1}(\overline{\omega}) = 0.$$

Для поиска оптимального решения достаточно решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2\boldsymbol{\Lambda}^{\mathbf{1}}\boldsymbol{\omega} - \mu_1 + \mu_{n+1} = 0, \\ 2\boldsymbol{\Lambda}^{\mathbf{2}}\boldsymbol{\omega} - \mu_2 + \mu_{n+1} = 0, \\ \vdots \\ 2\boldsymbol{\Lambda}^{\mathbf{n}}\boldsymbol{\omega} - \mu_n + \mu_{n+1} = 0, \\ \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\omega} = 1, \\ \mu_i\omega_i = 0, \quad i = 1,\dots,n, \omega_j \ge 0,\ j = 1,\dots,n, \mu_i \ge 0, \\ i = 1,\dots,n, \end{cases} \quad (2)$$

где $\boldsymbol{\Lambda}^{\mathbf{1}}, \boldsymbol{\Lambda}^{\mathbf{2}}, \dots, \boldsymbol{\Lambda}^{\mathbf{n}}$ – строки матрицы ковариации $\boldsymbol{\Lambda}$.

Решение нелинейной части системы сводится к рассмотрению ряда случаев, которые заключаются в том, что в каждом из них зануляется некоторый набор переменных. Тогда в линейной части остается столько переменных, сколько уравнений. При этом если матрица ковариации невырожденная, то матрица полученной системы также невырожденная и система линейных уравнений имеет единственное решение. Далее необходимо проверить, удовлетворяет ли полученное решение неравенствам, входящим в систему. Если неравенства выполняются, то оптимальное решение получено, если нет, то следует перейти к следующему случаю.

Далее рассмотрим задачу минимизации риска портфеля при заданном уровне доходности (модель Марковица) [18; 19]. Эта задача представляет собой задачу выпуклого программирования с квадратичной целевой функцией и линейными ограничениями:

$$\sigma(\overline{\omega}) = \boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\omega} \to \min,$$
$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\omega} = 1,\ \omega_j \ge 0,\ j = 1,\dots,n,$$
$$r(\overline{\omega}) = \mathbf{r}^T\boldsymbol{\omega} \ge r,$$

где $\mathbf{r}$ – заданный минимум доходности.

Введем обозначения:

$$\varphi(\overline{\omega}) = \boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\omega},$$
$$f_i(\overline{\omega}) = -\omega_i,\ i = 1,\dots,m,$$
$$f_{n+1}(\overline{\omega}) = r - \mathbf{r}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\omega},$$
$$f_{n+2}(\overline{\omega}) = \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\omega} - 1.$$

Тогда задача примет вид

$$\varphi(\overline{\omega}) \to \min,$$
$$f_i(\overline{\omega}) \le 0,\ i = 1,\dots,m;$$
$$f_{n+1}(\overline{\omega}) \le 0;$$
$$f_{n+2}(\overline{\omega}) = 0.$$

Для нахождения оптимального решения задачи необходимо и достаточно решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2\boldsymbol{\Lambda}^{\mathbf{1}}\boldsymbol{\omega} - \mu_1 - \mu_{n+1}r_1 + \mu_{n+2} = 0, \\ 2\boldsymbol{\Lambda}^{\mathbf{2}}\boldsymbol{\omega} - \mu_2 - \mu_{n+1}r_2 + \mu_{n+2} = 0, \\ \vdots \\ 2\boldsymbol{\Lambda}^{\mathbf{n}}\boldsymbol{\omega} - \mu_n - \mu_{n+1}r_n + \mu_{n+2} = 0, \\ \mathrm{r}^T\omega \ge r,\ \varepsilon^{\mathrm{T}}\omega = 1, \\ \mu_i\omega_i = 0, \quad i = 1,\dots,n,\ \mu_{n+1}(r - \mathbf{r}^T\boldsymbol{\omega}) = 0, \\ \omega_j \ge 0,\ j = 1,\dots,n,\ \mu_i \ge 0,\ i = 1,\dots,n+1 \end{cases} . \quad (3)$$

Следующая – задача максимизации доходности портфеля при заданном уровне риска (модель Тобина) [20]. Эта задача представляет собой задачу выпуклого программирования с линейной целевой функцией и квадратичными ограничениями:

$$r(\overline{\omega}) = \mathbf{r}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\omega} \to \max,$$
$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\omega} = 1, \quad \omega_j \ge 0,\ j = 1,\dots,n,$$

$$\sigma^2(\overline{\omega}) = \boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\omega} \le \sigma^2,$$

где σ^2 – заданный максимум риска.

Введем обозначения:

$$\varphi(\overline{\omega}) = -\mathbf{r}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\omega}$$
$$f_i(\overline{\omega}) = -\omega_i,\ i = 1,\ldots,m;$$
$$f_{n+1}(\overline{\omega}) = \boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\omega} - \sigma^2,$$
$$f_{n+2}(\overline{\omega}) = \varepsilon^{\mathrm{T}}\omega - 1.$$

Тогда задача примет вид

$$\varphi(\overline{\omega}) \to \min,$$
$$f_i(\overline{\omega}) \le 0,\ i = 1,\ldots,m;$$
$$f_{n+1}(\overline{\omega}) \le 0;$$
$$f_{n+2}(\overline{\omega}) = 0.$$

Для нахождения оптимального решения задачи необходимо и достаточно решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2\mu_{n+1}\boldsymbol{\Lambda}^{\mathbf{1}}\boldsymbol{\omega} - \mu_1 - r_1 + \mu_{n+2} = 0, \\ 2\mu_{n+1}\boldsymbol{\Lambda}^{\mathbf{2}}\boldsymbol{\omega} - \mu_2 - r_2 + \mu_{n+2} = 0, \\ \\ 2\mu_{n+1}\boldsymbol{\Lambda}^{\mathbf{n}}\boldsymbol{\omega} - \mu_n - r_n + \mu_{n+2} = 0, \\ \boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\omega} - \sigma^2 \le 0,\ \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\omega} - 1 = 0, \\ \mu_i\omega_i = 0,\ i = 1,\ldots,n,\ \mu_{n+1}(\boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\omega} - \sigma^2) = 0, \\ \omega_j \ge 0,\ j = 1,\ldots,n,\ \mu_i \ge 0,\ i = 1,\ldots,n+1. \end{cases} \quad . \qquad (4)$$

Одной из актуальных задач является задача построения эффективной границы множества инвестиционных возможностей.

Поставим каждому портфелю $\overline{\omega}$ из множества допустимых портфелей V точку на плоскости «риск – доходность» с координатами $(\sigma(\overline{\omega}), r(\overline{\omega}))$. Множество всех таких точек называется множеством инвестиционных возможностей. Обозначим его $\mathrm{M}(V)$. Можно показать, что для стандартного портфеля это множество ограничено, причем $\min\limits_{i=1,\ldots n} r_i \le r \le \max\limits_{i=1,\ldots n} r_i$.

Портфели, которые минимизируют риск при заданной доходности, называются эффективными. Множество всех таких портфелей называется эффективным множеством. Доходность таких портфелей должна удовлетворять условию

$$r \ge r^*(V),$$

где $r^*(V)$ $r^*(V)$ – доходность портфеля с наименьшим риском среди заданных допустимых портфелей.

На плоскости «риск – доходность» эффективному множеству портфелей соответствует эффективная граница $\Gamma(V)$ множества инвестиционных возможностей $\mathrm{M}(V)$, которая состоит из точек

$$(\sigma_{\min}(r); r),$$

где $r \in S(V) = \left\{ r \middle| ((\sigma; r) \in \mathrm{M}(V); r \ge r^*(V) \right\}$.

Для нахождения эффективной границы множества инвестиционных возможностей (при запрещенных коротких продажах) требуется решить параметрическую задачу выпуклого программирования:

$$\sigma(\overline{\omega}) = \boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\omega} \to \min,$$
$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\omega} = 1,\ \omega_j \ge 0,\ j = 1,\ldots,n,$$
$$r(\overline{\omega}) = \mathbf{r}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\omega} = r,$$

где $r \in S(\Omega^+)$.

Введем обозначения:

$$\varphi(\overline{\omega}) = \boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\omega},$$
$$f_i(\overline{\omega}) = -\omega_i,\ i = 1,\ldots,m,$$
$$f_{n+1}(\overline{\omega}) = \boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\omega} - 1,$$
$$f_{n+2}(\overline{\omega}) = \mathbf{r}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\omega} - r.$$

Тогда задача примет вид

$$\varphi(\overline{\omega}) \to \min,$$
$$f_i(\overline{\omega}) \le 0,\ i = 1,\ldots,m,$$
$$f_{n+1}(\overline{\omega}) = 0,$$
$$f_{n+2}(\overline{\omega}) = 0.$$

Эта задача удовлетворяет условиям критерия глобального минимума выпуклой функции и теоремы Куна – Таккера. Для поиска оптимального решения воспользуемся теоремой Куна – Таккера. Составим функцию Лагранжа

$$L(\overline{\omega}, \overline{\mu}) = \varphi(\overline{\omega}) + \sum_{i=1}^{n+2} \mu_i f_i(\overline{\omega}) =$$
$$= \boldsymbol{\omega}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\Lambda}\boldsymbol{\omega} - \sum_{i=1}^{n} \mu_i\omega_i + \mu_{n+1}(\boldsymbol{\varepsilon}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\omega} - 1) + \mu_{n+2}(\mathbf{r}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\omega} - r).$$

Для нахождения оптимального решения задачи необходимо и достаточно решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2\boldsymbol{\Lambda}^{\mathbf{1}}\boldsymbol{\omega} - \mu_1 + \mu_{n+1} + \mu_{n+2}r_1 = 0, \\ 2\boldsymbol{\Lambda}^{\mathbf{2}}\boldsymbol{\omega} - \mu_2 + \mu_{n+1} + \mu_{n+2}r_2 = 0, \\ \\ 2\boldsymbol{\Lambda}^{\mathbf{n}}\boldsymbol{\omega} - \mu_n + \mu_{n+1} + \mu_{n+2}r_n = 0, \\ \omega_1 + \omega_2 + \cdots + \omega_n = 1,\ \mathbf{r}^{\mathbf{T}}\boldsymbol{\omega} = r, \\ \mu_i\omega_i = 0,\ i = 1,\ldots,n,\ \omega_j \ge 0,\ j = 1,\ldots,n,\ \mu_i \ge 0, \\ i = 1,\ldots,n. \end{cases} \qquad (5)$$

В случае разрешенных коротких продаж система уравнений (5) будет иметь вид

$$\begin{cases} 2\sum_{j=1}^{n}\sigma_{1j}\omega_{j_1}+\mu_{n+1}+\mu_{n+2}r_1=0, \\ 2\sum_{j=1}^{n}\sigma_{2j}\omega_{j_2}+\mu_{n+1}+\mu_{n+2}r_2=0, \\ \vdots \\ 2\sum_{j=1}^{n}\sigma_{nj}\omega_{j}+\mu_{n+1}+\mu_{n+2}r_n=0, \\ \omega_1+\omega_2+\dots+\omega_n=1, \\ \sum_{j=1}^{n}\omega_j r_j=r. \end{cases} \qquad (6)$$

В этом случае число переменных равно числу уравнений, и если матрица ковариации невырожденная и среди доходностей ценных бумаг есть несовпадающие, то система имеет единственное решение. Обозначим через $\mathbf{A_0}$ матрицу системы (6), $\mathbf{X_0}$ – вектор-столбец переменных. Тогда $\mathbf{X_0}=\mathbf{A_0^{-1}B}$, где $\mathbf{B}=(0 \ \dots \ 0 \ 1 \ r)^{\mathbf{T}}$ – правая часть системы (6). Представим вектор B в виде

$$\mathbf{B}=\mathbf{B_1}+\mathbf{B_2}r,$$

где $\mathbf{B_1}=(0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)^{\mathbf{T}}$, $\mathbf{B_2}=(0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0)^{\mathbf{T}}$.

Тогда

$$\mathbf{X_0}=\mathbf{A_0^{-1}B}_1+\mathbf{A}_0^{-1}\mathbf{B_2}r=\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \\ a_{\mu(n+1)} \\ a_{\mu(n+2)} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \\ b_{\mu(n+1)} \\ b_{\mu(n+2)} \end{pmatrix}r.$$

Отсюда следует, что эффективное множество портфелей при разрешенных коротких продажах имеет вид

$$\overline{\omega}(r)=(a_1+b_1r,\ a_2+b_2r,\dots,a_n+b_nr), \qquad (7)$$

где $r\ge r^*(\Omega_n)$, а числа $a_i,b_i,\ i=1,\dots,n+2$ от r не зависят и одинаковы для всех r.

Тогда эффективная граница будет определяться уравнением

$$\sigma=(Ar^2+Br+C)^{1/2},\ r\ge r^*(\Omega_n),$$

где

$$A=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij}b_ib_j=\mathbf{b^T\Lambda b},$$

$$C=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij}a_ia_j=\mathbf{a^T\Lambda a}, \qquad (8)$$

$$B=2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sigma_{ij}a_ib_j=2\cdot\mathbf{a^T\Lambda b}=2\cdot\mathbf{b^T\Lambda a},$$

$$\mathbf{a^T}=(a_1 \ \ a_2 \ \ \dots \ \ a_n),\ \mathbf{b^T}=(b_1 \ \ b_2 \ \ \dots \ \ b_n).$$

При запрещенных коротких продажах в случае $\mu_1=0 \ \ \mu_2=0\dots,\mu_n=0$ матрица линейной части системы (5) совпадает с матрицей системы (6) при разрешенных коротких продажах. Поэтому эффективные портфели имеют вид (7), но должны выполняться условия неотрицательности:

$$a_1+b_1r\ge0,\ a_2+b_2r\ge0,\dots,\ a_n+b_nr\ge0 \qquad (9)$$

и ограничения на доходность:

$$\min_{i=1,\dots n} r_i\le r\le\max_{i=1,\dots n} r_i, \qquad (10)$$
$$r\ge r^*(\Omega_n^+).$$

Рассмотрим теперь случай $\omega_1=0 \ \ \mu_2=0\dots,\mu_n=0$. В этом случае линейная часть системы (5) примет вид

$$\begin{cases} 2\sum_{j=2}^{n}\sigma_{1j}\omega_{j}-\mu_1+\mu_{n+1}+\mu_{n+2}r_1=0, \\ 2\sum_{j=2}^{n}\sigma_{2j}\omega_{j}+\mu_{n+1}+\mu_{n+2}r_2=0, \\ \vdots \\ 2\sum_{j=2}^{n}\sigma_{nj}\omega_{j}+\mu_{n+1}+\mu_{n+2}r_n=0, \\ \omega_1+\omega_2+\dots+\omega_n=1, \\ \sum_{j=1}^{n}\omega_j r_j=r. \end{cases} \qquad (11)$$

Обозначим через $\mathbf{A_1}$ матрицу системы (11), $\mathbf{X}_1$ – вектор-столбец переменных. Тогда

$$\mathbf{X_1}=\mathbf{A_1^{-1}B}=\mathbf{A_1^{-1}}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}+\mathrm{A}_1^{-1}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}r=$$

$$=\begin{pmatrix} a_2^{(1)} \\ a_3^{(1)} \\ \vdots \\ a_n^{(1)} \\ a_{\mu1}^{(1)} \\ a_{\mu(n+1)}^{(1)} \\ a_{\mu(n+2)}^{(1)} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_2^{(1)} \\ b_3^{(1)} \\ \vdots \\ b_n^{(1)} \\ b_{\mu1}^{(1)} \\ b_{\mu(n+1)}^{(1)} \\ b_{\mu(n+2)}^{(1)} \end{pmatrix}r, \qquad (12)$$

$$\overline{\omega}^{(1)}=(0,\ a_2^{(1)}+b_2^{(1)}r,\dots,a_n^{(1)}+b_n^{(1)}r),\ \ r\in S_1,$$

$$S_1=\left\{ r \;\middle|\; \begin{array}{l} a_{\mu1}^{(1)}+b_{\mu1}^{(1)}r\ge0,\ a_2^{(1)}+b_2^{(1)}r\ge0,\dots,\ a_n^{(1)}+ \\ +b_nr^{(1)}\ge0, \\ \min_{i=1,\dots n} r_i\le r\le\max_{i=1,\dots n} r,\ \ r\ge r^*(\Omega_n^+) \end{array} \right\}.$$

Рассмотрев все случаи, мы получим, что

$$S(\Omega_n^+) = S_0 \cup S_1 \cup \ldots \cup S_k ,$$

причем непустые из этих множеств имеют между собой не более одной точки пересечения, и каждому непустому множеству S_i соответствует часть эффективной границы, определяемая уравнением

$$\sigma = \left(A^{(i)}r^2 + B^{(i)}r + C^{(i)}\right)^{1/2} ,\ r \in S_i ,$$

где $A^{(i)}$, $B^{(i)}$, $C^{(i)}$ определяются аналогично (8),

$$\overline{\omega}^{(i)} = (a_1{}^{(i)} + b_1{}^{(i)}r, \ldots, a_{i-1}{}^{(i)} + b_{i-1}{}^{(i)}r, 0, \ldots, a_n{}^{(i)} + b_n{}^{(i)}r).$$

Слушателям программы предлагается далее рассмотрение простейших примеров указанных задач и их решение с помощью компьютерного моделирования. Представлены также расчетные задания, исходные данные для которых получены на основе реальных данных по различных индексам NASDAQ.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Обучение в рамках программы «Финансовые инвестиции» теоретическим навыкам инвестиционной деятельности и механизмам инвестирования с использованием методов математического и компьютерного моделирования по предложенному нами алгоритму позволяет выработать навыки формирования портфеля ценных бумаг.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Datta S. Macrodynamics of debt-financed investment-led growth with interest rate rules // Journal of Post Keynesian Economics. 2016. Vol. 39. № 4. P. 593–624.
2. Pignataro P. Financial Modeling and Valuation + Website: A Practical Guide to Invested Banking and Private Equity. New York: John Wiley & Sons Inc., 2013. 429 p.
3. Prado M.L. Advance in Financial Machine Learning. New York: John Willey & Sons Inc., 2018. 61 p.
4. Hill J.C. Risk Management and Financial Institutions. New York: John Willey & Sons Inc., 2015. 752 p.
5. Алексеев В.Н., Ильин В.В. Инвестиционный климат и международный финансовый центр в Москве: тенденции и перспективы. М.: ИНФРА-М, 2012. 126 с.
6. Фролов А.В. Роль инвестиций в формировании конкурентноспособной экономики // Часопис економічних реформ. 2017. № 1. С. 30–32.
7. Цзяпэн У. Анализ привлечения инвестиций в экономику Японии (на примере иностранных инвестиций) // Экономика и социум. 2019. № 6. С. 858–860.
8. Власов Д.А., Синчуков А.В. MS EXCEL как система поддержки принятия решений // International Journal of Open Information Technologies. 2019. Т. 7. № 3. С. 50–59.
9. Итинсон К.С. Развитие системы подготовки и повышения квалификации педагогических кадров в электронной среде // Карельский научный журнал. 2019. Т. 8. № 4. С. 18–20.
10. Popov V.A. Inflation and consumer basket // Journal of Reviews on Global Economics. 2018. Vol. 7. № SI. P. 453–456.
11. Сухорукова И.В., Мушруб В.А. Совершенствование методики преподавания теории опционов // Уральский научный вестник. 2016. Т. 8. № 2. С. 7–12.
12. Dodd D., Graham B., Buffet W. Security Analysis. New York: McGraw-Hill Education-Europe, 2008. 818 p.
13. Спирина С.Г. Моделирование управленческой деятельностью в логистических потоках предприятия в условиях локальных кризисов // Сфера услуг: инновации и качество. 2012. № 5. С. 78–82.
14. Бобрик Г.И., Бобрик П.П., Сухорукова И.В. Операции типа качелей в модели биржевого ценообразования // Информационные технологии и математические методы в экономике и управлении (ИТиММ-2019): сборник статей. М.: Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, 2019. С. 16–21.
15. Sukhorukova I.V., Chistyakova N.A. Methodical aspects of actuarial mathematics teaching // Astra Salvensis. 2018. Vol. 6. P. 847–857.
16. Попов В.А. Оценка инвестиционной привлекательности регионов юга России // Вестник экспертного совета. 2016. № 1. С. 82–87.
17. Фомин Г.П., Сухорукова И.В., Мушруб В.А. Методы оценки операционных рисков в торговле // Вестник Российского экономического университета имени Г.В. Плеханова. 2019. № 5. С. 156–162.
18. Markowitz H.M. The utility of wealth // The Journal of Political Economy. 1952. Vol. LX. № 2. P. 151–158.
19. Markowitz H.M. Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. Wiley: Yale Univ. Press, 1959. 344 p.
20. Tobin J. Essays in Economics: Macroeconomics. England: Cambridge University Press, 1987. 751 p.

REFERENCES

1. Datta S. Macrodynamics of debt-financed investment-led growth with interest rate rules. *Journal of Post Keynesian Economics*, 2016, vol. 39, no. 4, pp. 593–624.
2. Pignataro P. *Financial Modeling and Valuation + Website: A Practical Guide to Invested Banking and Private Equity*. New York, John Wiley & Sons Inc. Publ., 2013. 429 p.
3. Prado M.L. *Advance in Financial Machine Learning*. New York, John Willey & Sons Inc. Publ., 2018. 61 p.
4. Hill J.C. *Risk Management and Financial Institutions*. New York, John Willey & Sons Inc. Publ., 2015. 752 p.
5. Alekseev V.N., Ilin V.V. *Investitsionnyy klimat i mezhdunarodnyy finansovyy tsentr v Moskve: tendentsii i perspektivy* [Investment environment and international financial center in Moscow: trends and prospects]. Moscow, INFRA-M Publ., 2012. 126 p.
6. Frolov A.V. The role of investment in formation competitive economy. *Chasopis ekonomichnikh reform*, 2017, no. 1, pp. 30–32.
7. Tszyapen U. Analysis of attracting investments in the economy of Japan (on the example of foreign investments). *Ekonomika i sotsium*, 2019, no. 6, pp. 858–860.
8. Vlasov D.A., Sinchukov A.V. MS Excel as system of support of decision-making. *International Journal of*

Open Information Technologies, 2019, vol. 7, no. 3, pp. 50–59.
9. Itinson K.S. Development of the system of training and advanced training of teachers in the electronic environment. *Karelskiy nauchnyy zhurnal*, 2019, vol. 8, no. 4, pp. 18–20.
10. Popov V.A. Inflation and consumer basket. *Journal of Reviews on Global Economics*, 2018, vol. 7, no. SI, pp. 453–456.
11. Sukhorukova I.V., Mushrub V.A. Improving the theory of options theory. *Uralskiy nauchnyy vestnik*, 2016, vol. 8, no. 2, pp. 7–12.
12. Dodd D., Graham B., Buffet W. *Security Analysis*. New York, McGraw-Hill Education-Europe Publ., 2008. 818 p.
13. Spirina S.G. Simulation of logistic management activities in conditions of local business crisis. *Sfera uslug: innovatsii i kachestvo*, 2012, no. 5, pp. 78–82.
14. Bobrik G.I., Bobrik P.P., Sukhorukova I.V. Operation such as swing in exchange pricing model. *Informatsionnye tekhnologii i matematicheskie metody v ekonomike i upravlenii (ITiMM-2019): sbornik statey*. Moscow, Rossiyskiy ekonomicheskiy universitet im. G.V. Plekhanova Publ., 2019, pp. 16–21.
15. Sukhorukova I.V., Chistyakova N.A. Methodical aspects of actuarial mathematics teaching. *Astra Salvensis*, 2018, vol. 6, pp. 847–857.
16. Popov V.A. Assessment of investment appeal of regions of the south of Russia. *Vestnik ekspertnogo soveta*, 2016, no. 1, pp. 82–87.
17. Fomin G.P., Sukhorukova I.V., Mushrub V.A. Methods of estimating operative risks in trade. *Vestnik Rossiyskogo ekonomicheskogo universiteta imeni G.V. Plekhanova*, 2019, no. 5, pp. 156–162.
18. Markowitz H.M. The utility of wealth. *The Journal of Political Economy*, 1952, vol. LX, no. 2, pp. 151–158.
19. Markowitz H.M. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. Wiley, Yale Univ. Press Publ., 1959. 344 p.
20. Tobin J. *Essays in Economics: Macroeconomics*. England, Cambridge University Press Publ., 1987. 751 p.

THE IMPROVEMENT OF TEACHING METHODOLOGY OF EDUCATIONAL PROGRAM FOR TRAINING INVESTORS

I.V. Sukhorukova, Doctor of Sciences (Economics), Professor of Chair of Higher Mathematics.
G.I. Bobrik, PhD (Physics and Mathematics), assistant professor of Chair of Higher Mathematics.
Plekhanov Russian University of Economics, Moscow (Russia)

Keywords: Financial Investment course; finance; investments; securities portfolio; risks; profitability matrix.

Abstract: The effective functioning of the economy is impossible without attracting investments. At the moment of the crisis of the entire world economy, solving this problem is one of the most urgent tasks. The study aims at the development of an algorithm for training students of the Financial Investments program in theoretical skills of investment activity and investment mechanisms using methods of mathematical and computer modeling. The authors developed the basic methods and principles for making professional decisions about investing or refusing investment based on knowledge of the state of the economy. The paper discusses the problems and prospects of the best course capture through the understanding of the economic and financial nature and content of various types of investments in the presence of risks in the face of uncertainty. This discipline has both a theoretical and an applied component and allows applying the acquired knowledge when assessing the value of financial and operational assets. The authors considered the problems of teaching theoretical skills of investment activity and investment mechanisms using methods of mathematical and computer modeling. Students in this program should have basic knowledge and understanding in the sphere of micro- and macroeconomics. The program of the developed Financial Investment course will allow students to further acquire knowledge about methods for assessing the effectiveness of investments in financial and physical operational assets; it contributes to the optimal formation and management of the investment portfolio and increases knowledge about the principles of financing the investment projects and investing in fixed assets. The authors based their material on real-world examples and situations.